

۱۶۹- حدهای زیر را به دست آورید:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e} \right)^{\frac{1}{x}} \quad \text{ب)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x (a^{\frac{1}{x}} - 1) \quad \text{الف)}$$

۱۷۰- حد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+mx)^n - (1+nx)^m}{x^2}$ را حساب کنید.

۱۷۱- a را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)^2}{1 + \cos(\frac{\pi x}{a})} = \frac{2}{\pi^2}$

۱۷۲- y' را بیابید در صورتی که $y = (x^{\text{tg}x})^{\sqrt{x}}$

۱۷۳- مطلوب است حد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{x^4}^{x^3} \sin(t^2) dt}{x^4}$

۱۷۴- حد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\text{tg}x} - \sqrt{1+\sin x}}{x^2}$ را بیابید.

۱۷۵- حدود زیر را به صورت وجود بیابید:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1+x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{ب)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^{x+1} - 4^{x+1}}{3^{x-1} + 4^{x-1}} \quad \text{الف)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\text{tg})^{\text{tg}^x} x \quad \text{د)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{x-1} \right)^{\ln x} \quad \text{ج)}$$

۱۷۶- حد $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left\{ \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin x} \cdot x^x \right\}$ را بیابید.

۱۷۸- تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$ را در نظر می‌گیریم. با استفاده از تعریف، مقدار انتگرال $\int_{-1}^1 f(x) dx$ را به دست آورید.

(صنعتی امیرکبیر - ۷۸)

۱۷۹- با استفاده از مجموع‌های ریمان حد زیر را محاسبه کنید

(صنعتی امیرکبیر)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{2+4n}{n^3}} + \sqrt[3]{\frac{4+4n}{n^3}} + \sqrt[3]{\frac{6+4n}{n^3}} + \dots + \sqrt[3]{\frac{2n+4n}{n^3}}$$

۱۸۰- مطلوب است تعیین حد

(صنعتی امیرکبیر)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sin \frac{\pi}{n} + \frac{1}{n} \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \frac{1}{n} \sin \frac{(n-1)\pi}{n}$$

(صنعتی امیرکبیر)

۱۸۱- انتگرال معین $I = \int_0^1 (2 + x^3) dx$ را با استفاده از تعریف انتگرال معین بیابید به شرطی که بدانیم:

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

(فردوسی مشهد - ۸۱)

۱۸۲- با استفاده از تعریف انتگرال نشان دهید $\int_a^b x dx = \frac{1}{2}(b^2 - a^2)$

(پیام نور - ۸۳)

۱۸۳- اگر f تابعی پیوسته و زوج باشد، ثابت کنید $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$

۱۸۴- اگر f در فاصله‌ی بسته $[a, b]$ پیوسته بوده و اعداد M و m به ترتیب ماکزیمم و می‌نیمم مطلق f باشند،

(صنعتی امیرکبیر - ۷۱)

(شهید باهنر کرمان - ۸۱)

۱۸۸- فرض کنید f بر $[0, a]$ پیوسته باشد. ثابت کنید $\int_0^a \frac{f(x)}{f(x) + f(a-x)} dx = \frac{a}{2}$

(شهید باهنر کرمان - ۷۸)

۱۸۹- نشان دهید که تابع زیر معکوس پذیر است و سپس $(f^{-1})'(-\frac{\pi}{2})$ را حساب کنید

$$f(x) = \int_r^x \frac{dt}{t\sqrt{t^2-1}} \quad (x > r)$$

(شهید باهنر کرمان)

۱۹۰- تابع پیوسته f ای را بیابید که $\int_0^{2x} t f(t) dt = \sin x - x \cos x + \cosh x$ ($x > 0$)

۱۹۱- الف) مطلوب است انتگرال های

(دانشگاه یزد - ۷۷)

$$\frac{d}{dx} \int_{x^2}^{\sec x} \sin(\ln t) dt \quad (ii)$$

$$\int_0^r [rx+1] dx \quad (i)$$

ب) بدون محاسبه انتگرال ثابت کنید

$$0 < \int_0^\infty \frac{|\cos x| dx}{1+x^2} \leq \int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2} < \sqrt{2}$$

(صلحی امیرکبیر - ۷۶)

۱۹۲- آیا تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & (x \in \mathbb{Q}) \\ 0 & (x \notin \mathbb{Q}) \end{cases}$ در فاصله $[0, 1]$ انتگرال پذیری است؟ شرح دهید.

(آزاد ابر - ۸۴)

۱۹۳- تابع پیوسته f که همه جا برابر صفر نیست در رابطه‌ی زیر صدق می‌کند؛ f را پیدا کنید.

$$f'(x) = \int_0^x f(t) \frac{\sin t}{2 + \cos t} dt$$

راهنمایی: از طرفین مشتق بگیرید.

۱۹۴- در چه نقطه‌ای خط مماس بر منحنی $f(x) = \int_0^x (t+t^2) dt$ افقی است؟

(پيام نور)

د) -۲

ج) ۲

ب) -۱

الف) ۱

۱۹۵- فرض کنید g تابعی پیوسته و منفی باشد. فرض کنید f صعودی و مشتق‌پذیر باشد که f' پیوسته است. در باره‌ی عدد $A = \int_{-1}^0 f'(x)g(x) dx$ چه می‌توان گفت؟

(پيام نور)

د) $A < 0$

ج) $3 < A$

ب) $A < -2$

الف) $7 < A$

۱۹۶- $\int_x^{x^2} |t| dt$ کدام است؟

(پيام نور - ۸۴)

د) $3x^2 - x$

ج) $2x^3 - x$

ب) $2x^3 - |x|$

الف) $3x^2 - |x|$

۱۹۷- از تساوی $\int_0^x \frac{dt}{t^2+1} = \int_x^\infty \frac{dt}{t^2+1}$ ، مقدار x را بیابید.

(آزاد لاهیجان - ۸۱)

۱۹۸- $\frac{dy}{dx}$ را بیابید اگر که

(آزاد تهران جنوب - ۸۱)

$$\begin{cases} y = \int_{\sqrt{t}}^t u^r \ln u du \\ x = \int_t^{t^r} \sqrt{u} \ln u du \end{cases}$$

(شهید باهنر)

۱۹۹- فرض کنید $f(x) = 2 + \int_1^{-x^3} \sqrt{2+t^2} dt$

الف) نشان دهید f معکوس‌پذیر است.

ب) $(f^{-1})'(2)$ را بیابید.

(شاه)

۲۰۰- تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \int_1^{2x-1} (t-1) \sin \frac{1}{t-1} dt$ داده شده است. مقدار $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ کدام است؟

د) وجود ندارد

ج) ۰

ب) -۱

الف) ۱

۲۰۱- تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 & x < 1 \\ ax^2 + bx + c & x \geq 1 \end{cases}$ مفروض است. مقادیر a و b و c را طوری تعیین کنید که f' همه جا موجود باشد.

د)

۲۰۲- اگر برای $0 < x < 1$ داشته باشیم $f(x) = \int_{-x}^x \frac{dt}{1+t}$ ، آن‌گاه $f'(x)$ عبارت است از

د) $\frac{2}{1-x^2}$

ج) $-\frac{2}{x^2+1}$

ب) $\frac{2}{x^2-1}$

الف) $\frac{2}{1+x^2}$

۲۳۴- اگر $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^r x \cos x}{1 + \cos^2 2x} dx$ و $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^r x \sin x}{1 + \cos^2 2x} dx$ ، نشان دهید که $I = J$ و سپس مقدار I را حساب کنید.

(محقق اردبیلی - ۸۳)

۲۳۵- نشان دهید $\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x^2+1} dx = \frac{\pi}{8} \ln 2$

(دانشگاه یزد)

۲۳۶- مطلوب است محاسبه‌ی انتگرال زیر:

(شهید باهنر کرمان - ۷۶)

$$\int \frac{dx}{x(x^2+1)(x-1)}$$

۲۳۷- انتگرال زیر را حساب کنید.

(شهید باهنر کرمان - ۸۰)

$$\int \frac{x^r + x + 2}{x^r + 2x^2 + 1} dx$$

۲۳۸- نشان دهید که انتگرال $I = \int_0^{\infty} e^{-x} \cos^r x dx$ همگرا می‌باشد.

(صنعتی امیرکبیر)

۲۳۹- همگرایی انتگرال ناسره زیر را بر حسب مقادیر مختلف n بررسی کنید.

(دانشگاه الزهراء - ۸۱)

$$\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^n}$$

۲۴۰- ثابت کنید برای هر عدد صحیح و مثبت n داریم:

(صنعتی شریف - ۸۴)

$$\int_0^{\infty} x^{r(n+1)} e^{-\frac{x}{r}} dx = r^n n!$$

۲۴۳- همگرایی یا واگرایی انتگرال زیر را بررسی کنید

(دانشگاه الزهراء - ۸۱)

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^5 + 2x + 1}}$$

۲۴۴- انتگرال زیر را حساب کنید.

(دانشگاه یزد - ۸۱)

$$\int \frac{x dx}{1 - x \cot gx}$$

۲۴۵- مطلوب است محاسبه انتگرال زیر

(صنعتی امیرکبیر)

$$\int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$$

۲۴۶- انتگرال زیر را محاسبه کنید:

(صنعتی امیرکبیر)

$$\int \frac{d\theta}{4 + 5 \sec \theta}$$

۲۴۷- انتگرال های نامعین زیر را محاسبه کنید:

$$\int \frac{dx}{1 - \sin x - \cos x} \quad (ب)$$

$$\int \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x(1 + x^2) \operatorname{arctan} x} dx \quad (الف)$$

۲۴۸- انتگرال زیر را محاسبه کنید

(صنعتی امیرکبیر - ۷۰)

$$I = \int \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

۲۴۹- انتگرال های زیر را محاسبه کنید.

(صنعتی امیرکبیر - ۷۶)

$$\int_1^{\sqrt{r}} x \sqrt{\frac{r+x^r}{r-x^r}} dx \quad (ب)$$

$$\int \frac{dx}{r \sin x + \cos x + 2} \quad (الف)$$

$$r + \delta \sec \theta$$

(صنعتی امیرکبیر)

$$\int \frac{dx}{1 - \sin x - \cos x} \quad (\text{ب})$$

(صنعتی امیرکبیر - ۷۰)

$$I = \int \frac{\arctg \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

(صنعتی امیرکبیر - ۷۶)

$$\int_1^{\sqrt{2}} x \sqrt{\frac{2+x^2}{2-x^2}} dx \quad (\text{ب})$$

(صنعتی امیرکبیر)

۲۵۰- اولاً انتگرال نامعین $\int \frac{dx}{\sqrt{(2x-x^2)^3}}$ را محاسبه نمایید. ثانیاً نشان دهید $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{4x^2+1} dx$ همگرا می‌باشد.

(صنعتی امیرکبیر)

$$\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{4x^2+5}} \quad (\text{ب})$$

(دانشگاه صنعتی امیرکبیر)

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x dx}{1 + \cos^2 x}$$

(دانشگاه هالوس)

$$\int \frac{dx}{e^{2x} + e^x - 2}$$

۲۴۷- انتگرال‌های نامعین زیر را محاسبه کنید:

$$\int \frac{x - \arctg x}{x(1+x^2) \arctan x} dx \quad (\text{الف})$$

۲۴۸- انتگرال زیر را محاسبه کنید

۲۴۹- انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.

$$\int \frac{dx}{2 \sin x + \cos x + 2} \quad (\text{الف})$$

۲۵۱- انتگرال‌های زیر را حساب کنید

$$\int \frac{\sqrt{x-4}}{x} dx \quad (\text{الف})$$

۲۵۲- مطلوب است محاسبه‌ی انتگرال زیر

۲۵۳- انتگرال زیر را محاسبه کنید.

۲۷۶- ناحیه‌ی محصور به منحنی $y = \sin x$ و خط $y = 0$ روی فاصله‌ی $[0, \pi]$ را حول محور x ها دوران می‌دهیم. حجم حاصل را بیابید.
(فردوسی مشهد)

۲۷۷- ناحیه‌ی محدود به دو منحنی $y = \sin 2x$ و $y = \cos x$ را در فاصله‌ی $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ حول محور x ها دوران می‌دهیم. حجم حاصل را به دست

(دانشگاه ممقق اردبیلی)

آورید.

۲۷۸- سطح محصور به منحنی $y = \sqrt{\ln x}$ و محور x ها و خطوط $x = e$ و $x = e^2$ را حول محور x ها دوران می‌دهیم. مطلوب است حجم حاصل.
(فردوسی مشهد - ۸۲)

۲۷۹- ناحیه‌ی محصور به منحنی $y = 2^{-x} + 1$ و خطوط $x = 1$ و $x = -1$ و $y = 0$ را حول محور x ها دوران می‌دهیم. مطلوب است حجم حاصل.
(فردوسی مشهد)

۲۸۰- ناحیه واقع بین تابع $y = x \ln x$ و خطوط $x = 1$ و $x = e$ را حول محور x ها دوران می‌دهیم. حجم حاصل از دوران را حساب کنید.
(آزاد مشکین شهر - ۷۱)

۲۸۱- ناحیه محدود به منحنی $y = \sqrt{x}$ و خط $y = 1$ و محدود به محور y ها را حول خط $y = 1$ دوران می‌دهیم. حجم حاصل از دوران را بیابید.
(شهید باهنر کرمان - ۷۹)

۲۸۲- ناحیه تحت منحنی $y = \sec x$ ، $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ را حول خط $y = -1$ دوران می‌دهیم. حجم حاصل از دوران را حساب کنید.
(آزاد مبارکه - ۷۸)

۲۸۳- نمودار هندسی تابع $|y - 1| = e^x$ را رسم کنید. سپس ناحیه‌ی بین محور y ها و قسمتی از منحنی که متناظر با $x \leq 0$ است را حول خط $y = 1$ دوران می‌دهیم؛ حجم حاصل را حساب کنید.

(آزاد مبارکه - ۷۷)

(آزاد کرج - ۷۸)

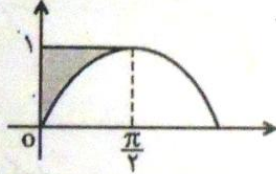
۲۸۴- ناحیه محدود به ستاره گون $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ را حول محور ox دوران می‌دهیم. مطلوب است حجم حاصل از دوران.

(دانشگاه بابل - ۸۴)

۲۸۵- با استفاده از انتگرال معین، حجم مخروط ناقص با شعاع‌های قاعده $r_1 < r_2$ و ارتفاع h را بیابید.

۲۸۶- ناحیه‌ی محدود به منحنی $y = \sin x$ و خطوط $x = 0$ و $y = 1$ را که مطابق شکل هاشور خورده حول محور y ها دوران می‌دهیم. حجم حاصل از دوران را محاسبه کنید.

(آزاد تهران جنوب - ۸۱)



۲۸۷- ناحیه‌ی بی کران S واقع در ربع اول بین محور x ها و منحنی $y = e^{-x^2}$ حول محور y ها دوران می‌کند. حجم حاصل از دوران را بیابید.

(شهید باهنر کرمان)

۲۸۸- حجم حاصل از دوران قطعه‌ای از منحنی $y = e^{-|x|}$ بر بازه $[-2, 2]$ حول محور y ها را به یکی از روش‌های موجود (قرص، غشاء، واشر) به دست آورید.

(شهید باهنر کرمان - ۷۶)

۲۸۹- حجم جسم بی کران حاصل از دوران سطح زیر منحنی $y = xe^{-x}$ ($0 \leq x < \infty$) حول محور y ها را بیابید.

(شهید باهنر کرمان - ۷۵)

۲۹۰- ناحیه‌ی بی کران واقع در ربع اول بین محور x ها و منحنی $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ حول محور y ها دوران می‌کند. حجم جسم حاصل از دوران را بیابید.

(شهید باهنر کرمان - ۷۵)

۲۹۱- مطلوب است مساحت سطح حاصل از دوران منحنی $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{4}\ln y$ حول محور x در فاصله از $y = 1$ تا $y = e$.

(دانشگاه بابل - ۷۴)

دادند

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^r} \quad (\text{ب})$$

۳۳۴- همگرایی یا واگرایی سری‌های زیر را بررسی کنید:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right) \quad (\text{الف})$$

فردم

۳۳۵- در مورد همگرایی یا واگرایی سری‌های زیر بحث کنید.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{r n^r + n}{r n^r + \delta} \quad (\text{ج})$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^r} \quad (\text{ب}) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin n}{n^r} \quad (\text{الف})$$

شهید باهنر

۳۳۶- برای چه مقادیری از p سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^p}$ همگرا است؟

شهید باهنر

۳۳۷- بررسی کنید که سری‌های زیر همگرایند یا واگرا:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{c(c+1)\cdots(c+n-1)}{n^n} \quad (\text{ب}) \quad (0 < c)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} 4^n \sin\left(\frac{1}{3^n}\right) \quad (\text{الف})$$

شهید باهنر

۳۳۸- همگرایی یا واگرایی سری‌های زیر را بررسی کنید.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \times 5 \times \cdots \times (3n-1)}{1 \times 3 \times \cdots \times (2n-1)} \quad (\text{ب})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^r} \quad (\text{الف})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sech}(n) \quad (\text{د})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \tan^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) \quad (\text{ج})$$

۳۳۹- به ازای مقادیر مختلف p در همگرایی سری زیر بحث کنید.

(دانشگاه بابل - ۱۷۶)

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k(\ln k)(\ln \ln k)^p}$$

(آ (اد ایله - ۸۴)

$$\sum \frac{r^n n!}{n^n} \quad (\text{ب})$$

$$\sum \frac{3^n}{n^2} \quad (\text{الف})$$

۳۴۰- همگرایی یا واگرایی سری‌های زیر را تعیین کنید.

(فردوسی مشهد - ۸۳)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right) \quad (\text{ج})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{\ln(n+1)}} \quad (\text{ب})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{n^3 + n} \quad (\text{الف})$$

۳۴۱- همگرایی و واگرایی سری‌های زیر را تعیین کنید.

(شهید باهنر کرمان - ۷۹)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n c^n} \quad (\text{ب}) \quad (0 < c)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n} \quad (\text{الف})$$

۳۴۲- همگرایی یا واگرایی سری‌های زیر را بررسی کنید.

(دانشگاه بابل - ۸۱)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{e}}{n^r} \quad (\text{ج})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + \ln n} \quad (\text{ب})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^3}\right)^n \quad (\text{الف})$$

۳۴۳- در همگرایی یا واگرایی سری‌های زیر تحقیق کنید.

(دانشگاه بابل - ۷۸)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^r}{(n+r)!} \quad (\text{ب})$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad (\text{الف})$$

۳۴۴- در همگرایی یا واگرایی هر یک از دو سری زیر بحث کنید.

(شهید باهنر کرمان - ۸۰)

۳۵۴- شعاع همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(n+2)(n+3)} (x-e)^n$ را بیابید.

(صلحتی امیرکبیر)

۳۵۵- شعاع همگرایی سری توانی $\sum \frac{x^{2n}}{3^{2n} - n}$ را محاسبه کنید.

۳۵۶- شعاع و فاصله‌ی همگرایی سری زیر را تعیین کرده، سپس همگرایی یا واگرایی سری را در نقاط کرانه‌ای تعیین کنید.

(دانشگاه ممقق اردبیلی - ۸۳)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(n)}{e^n} (x-1)^n$$

(دانشگاه سمنان - ۷۶)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^n x^n}{n 5^n}$$

۳۵۷- بازه و شعاع همگرایی سری زیر را تعیین کنید.

(شهید باهنر کرمان - ۸۱)

۳۵۸- شعاع و بازه همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} (x+5)^{n!}$ را بیابید.

(شهید باهنر کرمان - ۸۱)

۳۵۹- اگر $f(x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{n!} x^n$ ، ثابت کنید $(1+x)f'(x) = m f(x)$.

(شهید باهنر کرمان - ۷۶)

(دانشگاه بابل - ۷۶)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} (x-1)^n$$

(شهید باهنر کرمان - ۷۹)

(دانشگاه بابل - ۸۰)

(شهید باهنر کرمان - ۸۲)

(شهید باهنر کرمان - ۷۶)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \times 4 \times 6 \times \dots \times (2n)}{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times (2n-1)} x^{2n}$$

(دانشگاه بابل - ۸۴)

۳۶۰- بازه همگرایی سری توان $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3^n}{n} + \frac{2^n}{n^2}\right) x^n$ را بیابید.

۳۶۱- فاصله همگرایی سری زیر را بیابید:

۳۶۲- شعاع و بازه همگرایی سری $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n(\ln n)^2}$ را حساب کنید.

۳۶۳- فاصله و شعاع همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n$ را بیابید.

۳۶۴- شعاع و بازه همگرایی سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^{3n}}{\sqrt{n+5}}$ را به دست آورید.

۳۶۵- شعاع همگرایی و فاصله همگرایی سری توانی زیر را تعیین کنید:

۳۶۶- بازه همگرایی سری توانی $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{a^n + b^n}$ را تعیین و در انتهای بازه بحث کنید (فرض کنید $0 < a < b$).

۳۶۸- فرض کنید:

$$J_0(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(n!)^2 2^{2n}}, \quad J_1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{n! (n+1)! 2^{2n+1}}$$

اولاً: شعاع همگرایی هر یک از سری‌های فوق را به دست آورید.

ثانیاً: نشان دهید $J_0'(x) = -J_1(x)$

(شهید باهنر کرمان - ۷۸)

۳۶۹- بازه و شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-5)^n \log(x)}{n+1}$ را به دست آورید.

(شهید باهنر کرمان - ۸۱)

۳۷۰- شعاع و بازه همگرایی سری‌های توانی زیر را به دست آورید.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(4x+1)^n}{\ln(n)} \quad (ب)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-3)^n x^n}{n+1} \quad (الف)$$

(دانشگاه امام حسین - ۷۵)

۳۷۱- بازه همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (x-3)^n}{n 4^{n-1}}$ را بیابید.

(فردوسی مشهد - ۸۱)

۳۷۲- شعاع و فاصله همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n} x^n}{(1 + \frac{1}{n})^{n^2}}$ را به دست آورید.

(فردوسی مشهد - ۸۲)

۳۷۳- بازه و شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (ex)^n}{4^n (2n+1)}$ را به دست آورید.

(صنعتی امیرکبیر - ۷۸)

۳۷۴- الف) بسط مک لورن تابع $y = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$ را بنویسید.

ب) با استفاده از قسمت (الف)، بسط مک لورن تابع $y = \sin^{-1} x$ را به دست آورید.

(صنعتی شریف - ۸۴)

۳۷۵- مقدار $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{(2n+1)!}$ را محاسبه کنید.

راهنمایی: سری مک لورن $\frac{1}{2} (x \cos x - \sin x)$ را بنویسید.

(فردوسی مشهد - ۸۲)

۳۷۶- به کمک بسط:

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots \quad |x| < 1$$

بسط $\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$ را به دست آورید.

(فردوسی مشهد - ۸۳)

۳۷۷- بسط توابع $\frac{1}{(1+x)^2}$ و $\ln(x+1)$ را بر $(-1, 1)$ بیابید.

(دانشگاه بابل - ۷۸)

۳۷۸- بسط مک لورن تابع $y = \cosh x$ را محاسبه نموده و به کمک آن بسط مک لورن $\sinh x$ و e^x را به دست آورید.

(شهید باهنر کرمان - ۷۶)

۳۷۹- سری مک لورن تابع $f(x) = \int_0^x \sqrt[3]{4+t^2} dt$ را بنویسید.

(آزاد سلنجد - ۸۴)

۳۴۵- همگرایی یا واگرایی سری های زیر را بررسی نمایید.

(ب) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

(الف) $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin(\frac{1}{n^2})$

(د) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^p}$ ($1 < p$)

(ج) $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{n}{2n+1})^n$

(شهید باهنر کرمان - ۷۶)

۳۴۶- تعیین کنید که آیا سری $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln(n)}{\sqrt{n}}$ همگرایی مطلق، همگرایی مشروط، و یا واگرا است؟

(شهید باهنر کرمان)

۳۴۷- واگرایی یا همگرایی (مطلق و مشروط) سری $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \log(n)}$ را تعیین کنید.

(شهید باهنر کرمان - ۸۱)

۳۴۸- همگرایی مطلق، همگرایی مشروط، و یا واگرایی سری های زیر را بررسی کنید.

(ب) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left[(2n+1)\frac{\pi}{2}\right]}{\sqrt{3}n}$

(الف) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln(n)}{n!}$

(د) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} e^{n^2}}$

(ج) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^n$

(صلحی شریف - ۸۴)

۳۴۹- بازه های همگرایی سری های زیر را تعیین کنید.

(ب) $\sum_{n=1}^{\infty} (2 + (-1)^n)^n x^n$

(الف) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} x^n$

(شهید باهنر کرمان)

۳۴۷- واگرایی یا همگرایی (مطلق و مشروط) سری $\sum_{n=r}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \log(n)}$ را تعیین کنید.

(شهید باهنر کرمان - ۸۱)

۳۴۸- همگرایی مطلق، همگرایی مشروط، و یا واگرایی سری‌های زیر را بررسی کنید.

(ب)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left[(r n + 1) \frac{\pi}{r}\right]}{\sqrt{r} n}$$

(الف)
$$\sum_{n=r}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln(n)}{n!}$$

(د)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} e^{n^r}}$$

(ج)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^n$$

(صنعتی شریف - ۸۴)

۳۴۹- بازدهای همگرایی سری‌های زیر را تعیین کنید.

(ب)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (r + (-1)^n)^n x^n$$

(الف)
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{r^n}{n!} x^n$$

(د)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r + (-1)^n}{\delta + (-1)^{n+1}}\right)^n x^n$$

(ج)
$$\sum_{n=1}^{\infty} r^n x^{n^r}$$

(و)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x+1}{x}\right)^n$$

(هـ)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^n}{n} (rx-1)^n$$

۳۵۰- ثابت کنید که فاصله‌ی همگرایی سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{rn}}{(rn)!}$ برابر R است و به علاوه اگر $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{rn}}{(rn)!}$ ، آن‌گاه:

$$f''(x) + f'(x) + f(x) = e^x$$

(صنعتی شریف - ۸۴)

(صنعتی امیرکبیر - ۷۸)

۳۵۱- دامنه‌ی (فاصله همگرایی) تابع زیر را به دست آورده و مشتق آن را محاسبه کنید:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-\delta)^n}{r^n (n+r)}$$

حاصل انگرہاں زیر را بدست آورید.

1: $\int \frac{dx}{\sin x \cos x}$

2: $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}$

3: $\int \sqrt{x} \ln x dx$

4: $\int \frac{dx}{(1+\sqrt[3]{x})^2 \sqrt{x}}$

5: $\int_0^{2\pi} \sin mx \sin nx dx$

6: $\int \frac{x}{(x-1)^{100}} dx$

7: $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$

8: $\int \frac{x^{11}}{(x^3+1)^2} dx$

9: $\int_{100}^{10} \frac{dx}{x(\ln x)(\ln(\ln x))}$

10: $\int \frac{x^3-1}{4x^3-x} dx$

11: $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$

12: $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$

13: $\int_0^1 \frac{\sqrt{e^x}}{e^x+e^{-x}} dx$

14: $\int \sin^2 x \cos^4 x dx$

15: $\int \frac{dx}{\sin^4 x \cos^2 x}$

16: $\int \frac{\sin^2 x}{1+\sin^2 x} dx$

17: $\int -\frac{dx}{a^2 \sin^2 x + b^2 \cos^2 x} \quad (ab \neq 0)$

18: $\int \frac{dx}{\sin x \sin 2x}$

19: $\int \frac{1}{(2x-1)\sqrt{1-2x}} dx$

20: $\int \frac{\sin x dx}{\lg x + \cos x}$

21: $\int \frac{3t+4}{5-t} dt$

22: $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})} dx$

23: $\int_1^2 x \log_2^2 dx$

24: $\int 6 \sin(4x - 1) dx$

25: $\int \sin \theta \cos \theta d\theta$

26: $\int x^3 \sqrt{x^4 + 5} dx$

27: $\int \cos^2 \theta \sin \theta d\theta$

28: $\int y \sqrt{2 + y^2} dy$

29: $\int x \sin(x^2 + 1) dx$

30: $\int \frac{u}{\sqrt{1-u^2}} du$

31: $\int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$

32: $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{1+1/x}} dx$

33: $\int \sqrt{\sin t} \cos t dt$

34: $\int x^{-1} \sqrt{3+5x^{-2}} dx$

35: $\int e^{2x} dx$

36: $\int \cos(4 - 2x) dx$

37: $\int ae^x + be^{-x} dx$

38: $\int (a \sin x + b \cos x) dx$

39: $\int xe^{x^2} dx$

40: $\int \sin^2 \theta \cos \theta d\theta$

41: $\int be^{ax} dx$

42: $\int x^2 \cos(x^3) dx$

43: $\int e^{a\theta} \cos \theta d\theta$

44: $\int \sqrt{t} \cos(t\sqrt{t}) dt$

45: $\int \frac{1}{x+2} dx$

46: $\int 3e^{t-2} dt$

47: $\int (e^x + 1)^2 dx$

48: $\int \frac{1}{\sqrt{3x+2}} dx$

49: $\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx$

50: $\int \sin(3x) dx$

51: $\int \frac{x}{x+1} dx$

52: $\int xe^{1-x^2} dx$

53: $\int e^{ax+b} dx$

54: $\int \frac{1}{y^2(1-4/y)^2} dy$

55: $\int e^t \sqrt{1+e^t} dt$

56: $\int \frac{1}{\sqrt{x}(1+2\sqrt{x})^2} dx$

57: $\int \frac{x}{x^2+1} dx$

58: $\int \frac{2}{3-4x} dx$

59: $\int \frac{1}{x^2(1+1/x)} dx$

60: $\int \frac{1-2t}{1+2t} dt$

61: $\int \frac{x^2}{x^3+2} dx$

62: $\int \frac{1}{(2x-1)\sqrt{1-2x}} dx$

63: $\int \frac{t}{(2t^2+1)^3} dt$

64: $\int (4x+1)\sqrt{2x^2+x+5} dx$

65: $\int \sqrt{1-5z} dz$

66: $\int \sin(2\theta) + \cos(3\theta) d\theta$

67: $\int \frac{(3-\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx$

68: $\int_1^4 \frac{1}{2x} dx$

69: $\int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta d\theta$

70: $\int \frac{1}{(3y+1)^3} dy$

71: $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{t}}}{\sqrt{t}} dt$

72: $\int \frac{x^2}{\sqrt{4x^3+1}} dx$

73: $\int_0^1 \frac{dx}{1-x}$

74: $\int x^3 \sqrt{2-x^4} dx$

75: $\int t\sqrt{t+1} dt$

76: $\int y^3 \sqrt{4+y^2} dy$

77: $\int (2s+6)(1-s)^4 ds$

78: $\int \frac{x^5}{\sqrt{1+x^2}} dx$

79: $\int \frac{y^3}{(y^2+1)^3} dy$

80: $\int \sqrt{2+\sqrt{u}} du$

81: $\int \frac{x}{\sqrt{4x+1}} dx$

82: $\int \frac{1}{(2\sqrt{x+3})^3} dx$

83: $\int u\sqrt{1-3u} du$

84: $\int \frac{x^2}{\sqrt{x-1}} dx$

85: $\int \frac{4x-1}{\sqrt{4x+1}} dx$

86: $\int \frac{y^3}{2-y^4} dy$

87: $\int \frac{x^3}{1-x^4} dx$

89: $\int \frac{y^3}{1+y^2} dy$

91: $\int \frac{6u-5}{(3u+2)^2} du$

93: $\int \frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} dx$

95: $\int \frac{\cos \theta}{\sin \theta} d\theta$

97: $\int \frac{1}{a+bx} dx$

99: $\int \frac{\sin \theta}{1+\cos \theta} d\theta$

101: $\int \frac{\ln x}{x} dx$

103: $\int_0^{\pi/3} \sin \theta d\theta$

105: $\int_{-1}^1 e^x dx$

107: $\int \frac{dx}{x^2}$

109: $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$

111: $\int \frac{dx}{x^2+1}$

113: $\int \frac{\ln x}{x} dx$

115: $\int \ln x dx$

117: $\int \frac{dx}{x(\ln x)(\ln \ln x)}$

119: $\int \cos^2 x dx$

88: $\int \frac{u}{(u+4)^2} du$

90: $\int \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$

92: $\int \frac{e^x + \cos x}{e^x + \sin x} dx$

94: $\int \tan \theta d\theta$

96: $\int \frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta} d\theta$

98: $\int \frac{1}{x \ln x} dx$

100: $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos(2\theta) d\theta$

102: $\int_0^1 x e^{x^2} dx$

104: $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$

106: $\int_0^{2\pi} a \sin \theta + b \cos \theta d\theta$

108: $\int \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$

110: $\int \frac{dx}{x^2+1}$

112: $\int \frac{e^{-x} dx}{1-x}$

114: $\int x^{-2} dx$

116: $\int \sqrt{-\ln x} dx$

118: $\int_1^{\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{1+x} \right) dx$

120: $\int \frac{dx}{x^2+1}$

$$121: \int e^{-x} \sin x \, dx$$

$$123: \int e^{2x} e^{-x^2} \, dx$$

$$125: \int \sin x \, dx$$

$$127: \int \frac{dx}{x^p}$$

$$129: \int \frac{dx}{x^p}$$

$$131: \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} \, dx$$

$$133: \int \operatorname{tg}^3 x \sec x \, dx$$

$$135: \int \frac{x^2}{\sqrt{x^2+4}} \, dx$$

$$137: \int (e^x \sin x + \ln x) \, dx$$

$$122: \int \tan x \, dx$$

$$124: \int \frac{e^x \, dx}{(e^x - 1)^p}$$

$$126: \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$128: \int \frac{x \, dx}{(x^2 - 1)^2}$$

$$130: \int \frac{2x+1}{x^2+x+1} \, dx$$

$$132: \int \operatorname{arc} \operatorname{tg}(\sqrt{2x-1}) \, dx$$

$$134: \int \frac{32x \, dx}{(2x+1)(4x^2-16+15)}$$

$$136: \int \frac{2x+1/z}{z^2} \, dz$$

$$\int (x^r \cos x + \cos^2(rx)) \, dx$$

