

به نام خداوند جان آفرین حکیم سخن در زبان آفرین

آزمون نوبت اول درس ریاضی عمومی 1 (ششده های فنی دانشگاه سمنان آذر 88 (وقت: 2 ساعت)

1- ابتدا عدد مختلط $(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}})^{15}$ را ساده کرده و سپس همه ریشه های سوم آن را بدست آورید. (5 نمره)

2- توجه: فقط به یکی از دو سوال زیر پاسخ دهید

الف) با استفاده از تعریف ثابت کنید: $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} = \frac{1}{6}$. (5 نمره)

ب) فرض کنید a و c اعداد حقیقی و b عددی است که می تواند حقیقی یا مختلط باشد. ثابت کنید معادله

$$a z \bar{z} + b z + \bar{b} \bar{z} + c = 0$$
 معادله یک دایره یا یک خط در صفحه مختلط Z است.

3- حدود زیر را بدون استفاده از هوییتال و قواعد هم ارزی بدست آورید: (هر کدام 2/5 نمره)

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 + 1})$

b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{-x^2 + 4x}}{x-2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \sin(\frac{1}{x})}{1 - \cos x}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \cos x}{[x]}$

4- فرض کنید f و g توابعی باشند که بر $[a, b]$ پیوسته هستند و $f(b) > g(b)$, $f(a) < g(a)$ ثابت کنید: (5 نمره)

$$\exists c \in [a, b]: f(c) = g(c).$$

5- فرض کنید $\alpha \geq 1$ و $(1+x) > 0$. ثابت کنید: $(1+x)^\alpha \geq 1 + \alpha x$. (5 نمره)

(راهنمایی: قضیه مقدار میانگین را برای تابع $f(x) = x^\alpha$ بکار برید).

6- راس مثلث متساوی الساقینی مبدا مختصات و قاعده اش موازی محور x ها و در بالای آن چنان واقع شده است که دو راس دیگر آن روی منحنی $12y = 36 - x^2$ واقعند. مساحت بزرگترین مثلث موجود از این نوع را بیابید. (5 نمره)

با آرزوی موفقیت

اساتید درس: خانم ها پاکباز و مشتاقیان و آقایان محمدیان، ذوالفقاری، سالاریان، ارغوان، دمیرچی و صافی