

۳-۱۴ من
 $S \subseteq G \quad H_S = \{x \in G \mid \forall s \in S (xs = sx)\}$
 نشان دهیم $H_S \leq G$

$$\forall s \in S (se = es) \Rightarrow e \in H_S$$

برای بسته بودن تحت ضرب
 $x, y \in H_S \Rightarrow xy \in G, \forall s \in S (xs = sx \text{ و } ys = sy)$

نشان دهیم
 $(xy)s = s(xy)$

$$\forall s \in S \quad (xy)s = x(ys) = x(sy) = (xs)y = (sx)y = s(xy) \Rightarrow (xy)s = s(xy) \quad \forall s \in S \Rightarrow xy \in H_S$$

برای نشان دادن وارثی:
 $x \in H_S \Rightarrow x^{-1} \in H_S$

$$x \in H_S \Rightarrow xs = sx \quad \forall s \in S$$

$$x^{-1}(xs) = x^{-1}(sx) \Rightarrow (x^{-1}x)s = (x^{-1}s)x$$

$$s = x^{-1}s x \Rightarrow s x^{-1} = x^{-1}s \quad x^{-1} \in H_S \quad \therefore H_S \leq G$$

$$G = S$$

$$G \leq G$$

$$H_G = \{x \in G \mid \forall g \in G (gx = xg)\}$$

حکم $H_G \leq G$ را می بینیم

نشان دهیم بسته بودن تحت ضرب و وارثی است.
 $x, y \in H_G \quad xy = yx$

$$x, y \in H_G \quad xg = gx, yg = gy$$



Scanned with CamScanner

۵-۷) $\#(K_n, n) \geq 2 \Rightarrow$ $\text{با } n \text{ گانه زوج، دقیقاً نصف } n \text{ زوجند}$

نبات : اگر ۴۲ جابیه از ۴۸ زوج باشند که منتهی است در صورتیکه تمام جابیها،
از ۴۸ زوج نباشند جابی مثل ۶۴ که موجود است که خرد است. فرض کنیم B

محمد علی بیگلربیگ، A. محمد علی بیگلربیگ، H. بیگلربیگ، در انصاریت

$\theta: A \rightarrow B$ $\theta(4) = 46$ در تصویر

$$\theta(\alpha) = \theta(\beta) \Rightarrow \alpha G = \beta G \Rightarrow \alpha = \beta \Rightarrow \text{Contradiction} \quad \square$$

نمونه $B \in \mathcal{B}$ را در نظر بگیرید. B خاصیت فرد است. همچنین A^c فرد است لذا $B \in A^c$.
 که خاصیت زوج است. حال داریم:

$$\forall \beta \in B \Rightarrow \beta \sigma^{-1} \in A, \quad (\beta \sigma^{-1}) \sigma = \bar{\beta}$$

CS Scanned with CamScanner

پس $|A| = |B|$.

(9-5) $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}$... $\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}$



$$G = \langle a \rangle \quad G' \cong G \quad \varphi: G \rightarrow G'$$

$$G' = \langle a \phi \rangle$$

$$\forall \kappa' \in G' \Rightarrow \exists \kappa \in G : \kappa \varphi = \kappa'$$

$$\kappa \in \kappa a^m, m \in \mathbb{Z}$$

Scanned with CamScanner

(24)

$$\chi' = \chi \varphi = a^m \varphi = (a\varphi)^m \Rightarrow \chi' = (a\varphi)^m \Rightarrow \chi' \in \langle a\varphi \rangle$$

$$\langle \chi' \rangle \subseteq \langle a\varphi \rangle \subseteq \langle a \rangle \subseteq G \quad a' = \langle a\varphi \rangle$$

$$\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$$

$$(0, 0, 0)$$

(1-9)

$$(0, 0, 0)$$

$$\gamma(1, 0, 0) = (1, 0, 0) + (1, 0, 0) = (2, 0, 0) = (0, 0, 0)$$

$$\gamma(1, 0, 1) = (1, 0, 1) + (1, 0, 1) + (1, 0, 1) + (1, 0, 1) = (0, 0, 2) = (0, 0, 2)$$

$$\gamma(0, 0, 2) = (0, 0, 2)$$

$$\gamma(0, 0, 4) = (0, 0, 0)$$