

$$y_{ip} = 2x \sin x \quad y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + 2x \sin x$$

$$x^2 y'' - x y' + y = 6x \ln x \quad x \in (0, \infty), \quad t = \ln x \quad \text{تغییر متغیر}$$

$$D(D-1)Y - DY + Y = 6te^t$$

$$Y'' - 2Y' + Y = 6te^t \quad p(r) = r^2 - 2r + 1 = 0$$

$$r_1 = r_2 = 1 \quad Y_h = C_1 e^t + C_2 t e^t$$

$$(1) \quad Y_p = t^2 (A_0 + A_1 t) e^t, \quad Y_p = (A_0 t^2 + A_1 t^3) e^t$$

$$Y_p' = (2A_0 t + 3A_1 t^2) e^t + (A_0 t^2 + A_1 t^3) e^t$$

$$(3) \quad Y_p'' = (2A_0 + 6A_1 t) e^t + 2(2A_0 t + 3A_1 t^2) e^t + (A_0 t^2 + A_1 t^3) e^t$$

$$(2) \quad -2Y_p = -2(2A_0 t + 3A_1 t^2) e^t - 2(A_0 t^2 + A_1 t^3) e^t$$

$$(2A_0 + 6A_1 t) e^t = 6te^t \Rightarrow A_0 = 0, A_1 = 1 \Rightarrow Y_p = t^3 e^t$$

$$Y = C_1 e^t + C_2 t e^t + t^3 e^t$$

$$y(x) = C_1 x + C_2 x \ln x + (\ln x)^3 x$$

و مرصه همان مسئله ۱۵- مرصه می باشد.

روش تغییر متغیرها: معادله حقیقی غیر همگن زیر را در نظر بگیرید.

$$a_n(x) y^{(n)} + a_{n-1}(x) y^{(n-1)} + \dots + a_1(x) y' + a_0(x) y = F(x)$$

فرض می کنیم که ضرایب $a_0, \dots, a_n$ و F در بازه ای مانند I پیوسته باشند و I هرگز صفر نشود.

اگر فرض کنیم $u_1, \dots, u_{n-1}$ جواب متعلق معادله دفرانسیل همگن $L y = 0$ باشند و u_n

$C_1 u_1 + \dots + C_n u_n$ جواب عمومی معادله همگن خواهد بود. در انصورت یک جواب خصوصی

$$y_p(x) = C_1(x) u_1(x) + \dots + C_n(x) u_n(x)$$

معادله غیر همگن را بصورت

$$y_p'(x) = C_1'(x) u_1(x) + \dots + C_n'(x) u_n(x) + C_1(x) u_1'(x) + \dots + C_n(x) u_n'(x)$$

$$C_1(x) u_1'(x) + \dots + C_n(x) u_n'(x)$$

فرض می کنیم C' ها در معادله ای که می نویسیم صدق کنند.

$$C_1'(x) u_1 + C_2'(x) u_2 + \dots + C_n'(x) u_n = 0 \quad (1)$$

$$y_p' = C_1 u_1' + \dots + C_n u_n'$$

$$y_p'' = C_1' u_1' + \dots + C_n' u_n' + C_1 u_1'' + \dots + C_n u_n''$$

همچنین فرض کنیم C ها در معادله درجه n هم درج باشند: $C_1' u_1' + \dots + C_n' u_n' = 0 \quad (2)$

با گذراندن روش نسبت می آوریم:

$$y_p^{(n-1)} = \underbrace{C_1' u_1^{(n-2)} + \dots + C_n' u_n^{(n-2)}}_0 + C_1 u_1^{(n-1)} + \dots + C_n u_n^{(n-1)}$$

$$\begin{cases} C_1' u_1 + \dots + C_n' u_n = 0 \\ C_1' u_1' + \dots + C_n' u_n' = 0 \end{cases} \quad (n-1 \text{ معادله نسبت آوریم})$$

$$\begin{cases} \vdots \\ C_1' u_1^{(n-2)} + \dots + C_n' u_n^{(n-2)} = 0 \end{cases} \quad \text{نسبت داریم:}$$

$$y_p^{(n-1)} = C_1 u_1^{(n-1)} + \dots + C_n u_n^{(n-1)} \quad (\text{حال با مشتق نبردن رابطه به دست می آید})$$

$$y_p^{(n)} = C_1' u_1^{(n-1)} + \dots + C_n' u_n^{(n-1)} + C_1 u_1^{(n)} + \dots + C_n u_n^{(n)}$$

این مشتق را در معادله قرار می دهیم خواهیم داشت:

$$a_n(x) (C_1' u_1^{(n-1)} + \dots + C_n' u_n^{(n-1)} + C_1 u_1^{(n)} + \dots + C_n u_n^{(n)}) +$$

$$a_{n-1}(x) (C_1 u_1^{(n-1)} + \dots + C_n u_n^{(n-1)}) + \dots + a_1(x) (C_1 u_1' + \dots + C_n u_n') +$$

$$a_0(x) (C_1 u_1 + \dots + C_n u_n) = F(x) \quad \underline{L u_i = 0}$$

$$a_n(x) [C_1' u_1^{(n-1)} + \dots + C_n' u_n^{(n-1)}] + C_1 (a_n(x) u_1^{(n)} + a_{n-1}(x) u_1^{(n-1)})$$

$$+ \dots + a_1(x) u_1' + a_0(x) u_1 + \dots + C_n (a_n(x) u_n^{(n)} + \dots + a_1(x) u_n')$$

$$+ a_0(x) u_n) = F(x)$$

$$L u_n = 0$$

$$\Rightarrow C_1' u_1^{(n-1)} + C_2' u_2^{(n-1)} + \dots + C_n' u_n^{(n-1)} = \frac{F(x)}{a_n(x)} \quad (\text{این هم معادله نام})$$

پس n معادله و n مجهول داریم. حال در صورتی که ضرایب دستگاه معادلات را تشکیل می دهیم:

$$\begin{matrix} \text{د} \\ \text{ر} \\ \text{ج} \\ \text{م} \\ \text{ت} \\ \text{ر} \\ \text{م} \\ \text{ت} \\ \text{ر} \\ \text{م} \end{matrix} \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_n \\ u_1' & u_2' & \dots & u_n' \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_1^{(n-1)} & u_2^{(n-1)} & \dots & u_n^{(n-1)} \end{vmatrix} = W \neq 0 \Rightarrow \begin{matrix} \text{پس} \\ \text{دستگاه} \\ \text{دارای} \\ \text{جواب} \\ \text{غیر} \\ \text{تفردی} \\ \text{است} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_n \\ u_1' & u_2' & \dots & u_n' \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_1^{(n-1)} & u_2^{(n-1)} & \dots & u_n^{(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1' \\ C_2' \\ \vdots \\ C_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ F(x) \end{bmatrix} \quad (\text{شکل ماتریس دستگاه})$$

$$y'' + y = \tan x \quad y'' + y = 0 \quad p(r) = r^2 + 1 = 0 \Rightarrow r = \pm i \quad : \text{حل}$$

$$y_h(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x \quad y_p(x) = C_1(x) \cos x + C_2(x) \sin x$$

$$\sin x \begin{cases} C_1' \cos x + C_2' \sin x = 0 \\ \cos x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -C_1' \sin x + C_2' \cos x = \tan x \\ C_2' = \cos x (\tan x) = \sin x \end{cases}$$

$$C_2 = -\cos x \quad C_1' = -\sin x \tan x$$

$$C_1 = \int \frac{-\sin^2 x}{\cos x} dx = -\int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos x} dx = -\int \sec x dx + \int \cos x dx$$

$$C_1 = -\ln |\sec x + \tan x| + \sin x$$

$$y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + (-\ln |\sec x + \tan x| + \sin x) \cos x - \sin x \cos x$$

اگرچه جواب معلوم با دو جواب دیگر را هم می توان نوشت و از جواب اول پیدا کرد.

$$y_1'' + p(x)y_1' + q(x)y_1 = 0 \quad \text{فرض می کنیم } y_2 \text{ جواب معلوم از معادله باشد و } y_1 \text{ هم}$$

$$y_2 = v y_1 \quad \text{و رابطه پیدا می کنیم که } y_2 \text{ جوابی از معادله باشد.}$$

$$y_2' = v' y_1 + v y_1' \quad y_2'' = v'' y_1 + 2v' y_1' + v y_1''$$

$$(v'' y_1 + 2v' y_1' + v y_1'') + p(x)(v' y_1 + v y_1') + q(x)v y_1 = 0$$

$$v'' y_1 + (2y_1' + p(x)y_1) v' + v(y_1'' + p(x)y_1' + q(x)y_1) = 0$$

$$v'' y_1 + (2y_1' + p(x)y_1) v' = 0 \Rightarrow \frac{v''}{v'} + 2 \frac{y_1'}{y_1} + p(x) = 0$$

$$\int \frac{dv'}{v'} + 2 \int \frac{dy_1}{y_1} + \int p(x) dx = 0 \Rightarrow \ln v' + 2 \ln y_1 + \int p(x) dx = 0$$

$$\ln v' = \ln y_1^{-2} - \int p(x) dx \Rightarrow v' = \frac{1}{y_1^2} e^{-\int p(x) dx}$$

$$v = \int \frac{1}{y_1^2} e^{-\int p(x) dx} dx \Rightarrow y_2 = y_1 \int \frac{1}{y_1^2} e^{-\int p(x) dx} dx$$

جواب دوم که با اولی متعلق هست.

123/15

$$2xy'' + (1-4x)y' + (2x-1)y = e^x$$

$$2xy'' + (1-4x)y' + (2x-1)y = 0 \quad y_1 = e^x$$

26

$$v = \int \frac{1}{y_1^2} e^{-\int p(x) dx} dx \Rightarrow v = \int \frac{1}{e^{2x}} e^{-\int \frac{1-4x}{2x} dx} dx$$

$$v = \int \frac{1}{e^{2x}} e^{-\frac{1}{2} \ln x} \cdot e^{2x} dx$$

$$-\int \frac{1-4x}{2x} dx = -\int \frac{dx}{2x} + \int 2 dx = -\frac{1}{2} \ln x + 2x$$

$$= \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x}$$

در جواب می‌خواهیم احتیاج به جواب نداریم

$$y_2 = v e^x = 2\sqrt{x} e^x \quad y(x) = c_1 e^x + c_2 \sqrt{x} e^x$$

$$y_p = c_1(x) e^x + c_2(x) \sqrt{x} e^x$$

$$\begin{cases} c_1' e^x + c_2' \sqrt{x} e^x = 0 \\ c_1' e^x + c_2' \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} e^x + e^x \sqrt{x} \right) = \frac{e^x}{2x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_1' e^x + c_2' \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} e^x + e^x \sqrt{x} \right) = \frac{e^x}{2x} \end{cases}$$

با جمع کردن دو معادله بدست می‌آوریم:

$$c_2' \sqrt{x} = 1 \Rightarrow c_2' = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$c_2 = \int x^{-1/2} dx = 2\sqrt{x}, \quad c_1' = -1, \quad c_1 = -x$$

$$y_p = -x e^x + 2x e^x = x e^x, \quad y = c_1 e^x + c_2 \sqrt{x} e^x + x e^x$$

$$(D-1)(D+1)(D+2)Y = \frac{6}{e^{x+1}}$$

$$\phi(r) = (r+1)(r-1)(r+2) = 0 \Rightarrow r_1 = 1, r_2 = -1, r_3 = -2$$

$$y_h = c_1 e^x + c_2 e^{-x} + c_3 e^{-2x}$$

$$y_p = c_1(x) e^x + c_2(x) e^{-x} + c_3(x) e^{-2x}$$

$$\begin{cases} c_1'(x) e^x + c_2'(x) e^{-x} + c_3'(x) e^{-2x} = 0 \\ c_1'(x) e^x - c_2'(x) e^{-x} - 2c_3'(x) e^{-2x} = 0 \\ c_1'(x) e^x + c_2'(x) e^{-x} + 4c_3'(x) e^{-2x} = \frac{6}{e^{x+1}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_1'(x) e^x - c_2'(x) e^{-x} - 2c_3'(x) e^{-2x} = 0 \\ c_1'(x) e^x + c_2'(x) e^{-x} + 4c_3'(x) e^{-2x} = \frac{6}{e^{x+1}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_1'(x) e^x + c_2'(x) e^{-x} + 4c_3'(x) e^{-2x} = \frac{6}{e^{x+1}} \end{cases}$$

CS

Scanned with CamScanner

$$\Delta = \begin{vmatrix} e^x & -x & -2x \\ e^x & -e^{-x} & -2e^{-2x} \\ e^x & -x & 4e^{-2x} \end{vmatrix} = e^{-2x} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = e^{-2x} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= e^{-2x} (-6) = -6e^{-2x}$$

$$c_1' = \frac{\begin{vmatrix} 0 & e^{-x} & e^{-2x} \\ b/e^{x+1} & -e^{-x} & -2e^{-2x} \\ 0 & -e^{-x} & 4e^{-2x} \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{\frac{b}{e^{x+1}} (-e^{-3x})}{-6e^{-2x}} = \frac{e^{-x}}{e^{x+1}}$$

$$c_1 = \int \frac{e^{-x} dx}{e^x + 1} \quad e^x = u \Rightarrow e^x dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{e^x} = \frac{du}{u}$$

$$c_1 = \int \frac{du}{u^2(u+1)} = \int \left(-\frac{1}{u} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{u+1} \right) du$$

$$\frac{1}{u^2(u+1)} = \frac{A}{u} + \frac{B}{u^2} + \frac{C}{u+1} \Rightarrow A(u^2+u) + B(u+1) + Cu^2 = 1$$

$$A + C = 0 \quad B = 1, \quad A = -1, \quad C = 1$$

$$A + B = 0$$

$$c_1 = -x - e^{-x} + \ln(e^x + 1)$$

$$c_2' = \frac{\begin{vmatrix} e^x & 0 & e^{-2x} \\ e^x & 0 & -2e^{-2x} \\ e^x & b/e^{x+1} & 4e^{-2x} \end{vmatrix}}{-6e^{-2x}} = \frac{\frac{b}{e^{x+1}} (-3e^{-2x})}{-6e^{-2x}} = \frac{3e^x}{e^{x+1}}$$

$$c_2 = 3 \ln(e^x + 1)$$

$$c_3' = \frac{\begin{vmatrix} e^x & -x & 0 \\ e^x & -x & 0 \\ e^x & -x & b/e^{x+1} \end{vmatrix}}{-6e^{-2x}} = \frac{-2 \left(\frac{b}{e^{x+1}} \right)}{-6e^{-2x}} = \frac{2e^{2x}}{e^{x+1}}$$

$$c_3' = \frac{2e^{2x}}{e^{x+1}} \Rightarrow c_3 = 2 \int \frac{e^{2x} dx}{e^{x+1}} = 2 \int \frac{(u-1) du}{u}$$

$$e^x + 1 = u \Rightarrow e^x dx = du$$

$$= 2u - 2 \ln u$$

$$= 2(e^x + 1) + 2 \ln(e^x + 1)$$

$$y_p = (-x - e^{-x} + \ln(1 + e^x)) e^x + 3 \ln(e^x + 1) e^{-x}$$

$$+ [2(e^x + 1) + 2 \ln(e^x + 1)] e^{-2x}$$

$$y'' + 2y' + 2y = 2e^{-x} \tan^2 x$$

$$y'' + 2y' + 2y = 0 \quad p(r) = r^2 + 2r + 2 = 0 \Rightarrow r = -1 \pm i$$

$$y_h = c_1 e^{-x} \cos x + c_2 e^{-x} \sin x$$

$$y_p = c_1(x) e^{-x} \cos x + c_2(x) e^{-x} \sin x$$

$$(5) \begin{cases} c_1' e^{-x} \cos x + c_2' e^{-x} \sin x = 0 \\ c_1' (-e^{-x} \cos x - e^{-x} \sin x) + c_2' (-e^{-x} \sin x + e^{-x} \cos x) = 2e^{-x} \tan^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_1' \cos x + c_2' \sin x = 0 \\ -c_1' (\cos x + \sin x) + c_2' (\cos x - \sin x) = 2 \tan^2 x \end{cases}$$

$$c_2' (\cos x \sin x + \sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cos x) = 2 \cos x \tan^2 x$$

$$c_2' = 2 \tan x \sin x \quad c_2 = 2 \int \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx = 2 \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos x} dx$$

$$c_2 = 2 \int \sec x dx - 2 \int \cos x dx = 2 \ln |\sec x + \tan x| - 2 \sin x$$

$$c_1' \cos x + 2 \tan x \sin^2 x = 0 \Rightarrow c_1 = - \int 2 \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$$

$$\cos x = u \quad du = -\sin x dx \quad c_2 = 2 \int \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx$$

$$c_1 = 2 \int \frac{1-u^2}{u^2} du = -\frac{2}{u} - 2u = -2 \sec x - 2 \cos x$$

$$y'' + k^2 y = F(x)$$

$$y'' + k^2 y = 0 \quad p(r) = r^2 + k^2 = 0 \Rightarrow r = \pm i k$$

$$y_h = c_1 \cos kx + c_2 \sin kx$$

$$y_h = (c_1^2 + c_2^2)^{1/2} \left(\frac{c_1}{(c_1^2 + c_2^2)^{1/2}} \cos kx + \frac{c_2}{(c_1^2 + c_2^2)^{1/2}} \sin kx \right)$$

$$= A \sin(kx + \alpha) \quad y = A \sin(kx + \alpha) - \frac{1}{k} \int_{x_0}^x \sin(t-x) F(t) dt$$

$$y_p = c_1(x) \cos kx + c_2(x) \sin kx$$

$$\begin{cases} c_1'(x) \cos kx + c_2'(x) \sin kx = 0 & \times k \sin kx \\ -c_1'(x) k \sin kx + c_2'(x) k \cos kx = F(x) & \times \cos kx \end{cases}$$

$$c_2'(x) k = F(x) \cos kx \Rightarrow c_2(x) = \frac{1}{k} \int_{x_0}^x F(t) \cos kt dt$$

$$k c_1'(x) = -F(x) \sin kx \Rightarrow c_1(x) = -\frac{1}{k} \int_{x_0}^x F(t) \sin kt dt$$

$$y_p = -\frac{1}{k} \int_{x_0}^x (\sin kt \cos kx) F(t) dt + \frac{1}{k} \int_{x_0}^x F(t) \sin kx \cos kt dt$$

$$y_p = \frac{1}{k} \int_{x_0}^x [\sin kx \cos kt - \sin kt \cos kx] F(t) dt$$

$$= -\frac{1}{k} \int_{x_0}^x \sin k(t-x) F(t) dt$$

فرض کنید u_1 و u_2 جواب های مستقل خطی از معادله مرتبه دوم زیر باشند. نشان دهید که این معادله با تغییر متغیر $y = u_1 v$ به یک معادله مرتبه دوم بر حسب v تبدیل می شود.

$$u_1, u_2 \quad a_0 y''' + a_1 y'' + a_2 y' + a_3 y = 0 \quad 17- ص 12$$

$$a_0 u_1''' + a_1 u_1'' + a_2 u_1' + a_3 u_1 = 0$$

$$a_0 u_2''' + a_1 u_2'' + a_2 u_2' + a_3 u_2 = 0 \quad y = u_1 v$$

$$y' = u_1' v + u_1 v', \quad y'' = u_1'' v + 2u_1' v' + u_1 v''$$

$$y''' = u_1''' v + 3u_1'' v' + 3u_1' v'' + u_1 v'''$$

$$(a_0 u_1''' + a_1 u_1'' + a_2 u_1' + a_3 u_1) v + (3a_0 u_1'' + 2a_1 u_1' + a_2 u_1) v' + (3a_0 u_1' + a_1 u_1) v'' + a_0 u_1 v''' = 0$$

$$(3a_0 u_1'' + 2a_1 u_1' + a_2 u_1) v + (3a_0 u_1' + a_1 u_1) v' + a_0 u_1 v'' = 0$$

$$v = \omega \quad \omega = \text{متغیر مرتبه معادله در این تبدیل که هس پیدا می کند.}$$

$$\omega = \omega u_2 \rightarrow x \text{ باقی از } \omega \quad \text{یک جواب معادله را بر حسب } u_2 \text{ باید دانسته باشیم}$$

$$x^2(x+2)y'' + 2xy' - 2y = (x+2)^2$$

$$y'' + \frac{2}{x(x+2)} y' - \frac{2}{x^2(x+2)} y = \frac{x+2}{x^2}$$

$$y'' + \frac{2}{x(x+2)} y' - \frac{2}{x^2(x+2)} y = 0$$

$$v = \int \frac{1}{y_1^2} e^{-\int \frac{2dx}{x(x+2)}} dx = \int \frac{1}{x^2} e^{-\ln \frac{x}{x+2}} dx$$

$$I = \int \frac{2}{x(x+2)} dx = \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \ln|x| - \ln|x+2| = \ln \left| \frac{x}{x+2} \right|$$

$$v = \int \frac{1}{x^2} \cdot \frac{x+2}{x} dx = \int \frac{x+2}{x^3} dx = \int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) dx = -\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$$

$$y_2 = x \left(-\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) = -1 - \frac{1}{x}$$

$$y_h(x) = c_1 x + c_2 \left(1 + \frac{1}{x} \right)$$

$$\begin{cases} c_1' x + c_2' \left(1 + \frac{1}{x} \right) = 0 \\ c_1' + c_2' \left(-\frac{1}{x^2} \right) = -\frac{x+2}{x^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1' x^2 + c_2' (1+x) = 0 \\ -c_1' x^2 + c_2' = -(x+2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_1' x^2 + c_2' (1+x) = 0 \\ -c_1' x^2 + c_2' = -(x+2) \end{cases}$$

$$c_2' = -1 \Rightarrow c_2 = -x \quad c_1' x = x+1 \Rightarrow c_1 = \frac{x+1}{x^2}$$

$$c_1 = \int \frac{x+1}{x^2} dx = \ln x - \frac{1}{x} \Rightarrow y_p = x \ln x - 1 - x - 1$$

$$y_p = x \ln x - x - 2 \quad y = y_h + y_p$$

مسائل دیفرانسیل زیر را حل کنید

- (1) $y'' + 2y' - 3y = 5e^{2x}$, $y(0) = 5$, $y'(0) = 2$
- (2) $y'' + y' + 2y = 36xe^x$
- (3) $(D-1)^2(D+1)y = 10 \cos 2x$
- (4) $y'' - y = 4e^x - 3e^{2x}$
- (5) $y'' + y' = 3x^2$
- (6) $y'' + 4y = 16x \sin 2x$
- (7) $x^2y'' - 2xy' + 2y = 6 \ln x$, $x > 0$
- (8) $x^2y'' - xy' = -4$
- (9) $x^2y'' + xy' - y = 9x^2 \ln x$
- (10) $y'' + y' + y = \sin x$
- (11) $y'' - 3y' + 2y = -\frac{e^{2x}}{e^x + 1}$
- (12) $x^2y'' + xy' - y = -2x^2e^x$
- (13) $x^2(x+1)y'' - 2xy' + 2y = 0$
- (14) $xy'' + 2(1-x)y' + (x-2)y = 2e^x$