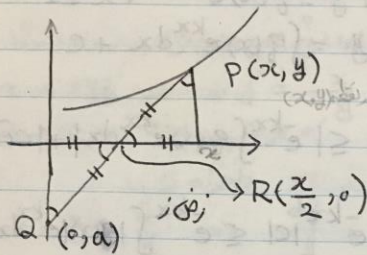


کتابچه‌ها را در نظر بگیرید
۱- خانواده منحنی‌هایی را پیدا کنید که قطع خط مماس بر منحنی بین نقطه تماس و محور y ها متوسط محور x ها به دو قسمت مساوی تقسیم کردند.



$$RP = RQ$$

$$m = y'$$

$$y' = \frac{y - 0}{x - \frac{x}{2}}$$

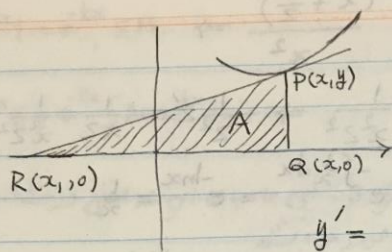
$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2y}{x}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{2dx}{x} \Rightarrow \ln|y| = \ln x^2 + \ln|C|$$

$$\Rightarrow |y| = |C| x^2$$

مثال: خانواده منحنی‌هایی را پیدا کنید که خط مماس بر منحنی در هر نقطه $P(x, y)$ و تقاطع خط مماس بر محور x ها مقدار ثابت a باشد.
(روش‌های ۱- مدل سازی ۲- مسئله زیاده را حل کنید)



$$A = \frac{y(x-x_1)}{2} \quad (1)$$

$$PQ = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-0)^2} = y$$

$$y' = \frac{y-0}{x-x_1} \Rightarrow x-x_1 = \frac{y}{y'}$$

$$A = \frac{y^2}{2y'} \Rightarrow y' = \frac{y^2}{2A} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{2A} \Rightarrow \frac{dy}{y^2} = \frac{dx}{2A}$$

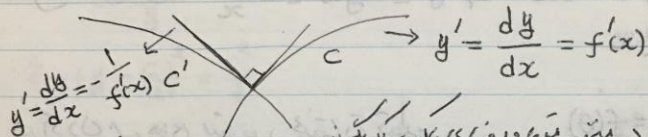
$$-\frac{1}{y} = \frac{1}{2A}x + C \Rightarrow y = \frac{-1}{\frac{x}{2A} + C} = \frac{-2A}{x + 2AC} = -\frac{2A}{x + k}$$

مردم سرگردانی

میرهای متعامد (منی دیگر از کارها)

دو منحنی C و C' را بر هم عمود می‌گیریم اگر زاویه بین مماسهای این دو منحنی در نقطه برخورد 90° باشد یا مماسها در نقطه قطع عمود بر هم باشند.

حال دو خانواده (دسته) منحنی را بر هم عمود می‌گیریم اگر هر منحنی از دسته تمام منحنی‌های دسته را بطور عمود قطع کند یعنی تمام منحنی‌های دیگر را هم قطع کند و زاویه برخورد 90° باشد.



$$y' = \frac{dy}{dx} = f'(x)$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{f'(x)}$$

ضرب زوایه مماسهای دو منحنی متعامد منتهی به صفر می‌شود.

مثال: دسته منحنی‌های عمود بر (میر) دسته دایره $x^2 + y^2 = a^2$ را پیدا کنید.

ابتدا معادله دایره را به این شکل می‌نویسیم که جوابها سطح این خانواده منحنی (دایره) باشد. منحنی‌های داده شده.

برحسب x معادله دایره را به این شکل تبدیل می‌کنیم که جوابها سطح منحنی‌های متعامد باشد.

$$2x + 2yy' = 0 \Rightarrow y' = -\frac{x}{y} \quad (1)$$

ضرب زوایه مماسها صفر باشد.

دلخواه (y, x)

$$(2) \quad y' = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{dx}{x} \Rightarrow \ln|y| = \ln|x| + \ln|C|$$

$$\Rightarrow y = \pm Cx \Rightarrow y = kx$$

خط $x = 0$ را C نمی‌شود.

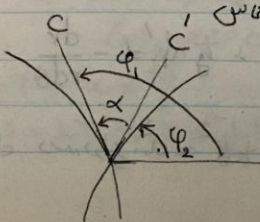
منحنی‌هایی که زوایای غیر از 90° می‌سازند.

باید به α جهت برهم α را در جهت متضاد حرکت عمودهای سمت چپ

بر منحنی‌های داده شده به طرف منحنی‌های متعامد رفته.

φ_1 را y' داده شده

φ_2 را y' منحنی‌های متعامد داده α هم معلوم است



$$\tan \alpha = \tan(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2}{1 + \tan \varphi_1 \tan \varphi_2}$$

مثال 14 ص 33 (فصل 8) خانواده‌ای از فرم‌ها را که به فرم‌های خانواده داده شده زانده‌ای به اندازه

$$y = \sin x + c \quad y' = \cos x$$

$$1 = \frac{\pi}{4} = \frac{\cos x - y'}{1 + (\cos x)y'} \Rightarrow 1 + (\cos x)y' = \cos x - y'$$

$$\cos x - 1 = (\cos x + 1)y' \Rightarrow y = \int \frac{\cos x - 1}{\cos x + 1} dx + c$$

$$y = c\bar{x}^{-1} \Rightarrow y' = -c\bar{x}^{-2} \Rightarrow y' = -y\bar{x}^{-1} = -\frac{y}{x}$$

$$\Downarrow c = \frac{y}{x^{-1}} = yx$$